Lineare Algebra IIa

- 13. Vorlesung -

Prof. Dr. Daniel Roggenkamp
&
Sven Balnojan

Anmeldungen für die LAIIb-Übungen:
bis Mittwoch, 29.03.

Klausur LAIIa:
Samstag, 29.04. 10 Uhr

Satz 11.23. Seien $U \subseteq V \subseteq W$ Untervektorräume. Dann gibt es genau einen Isomorphismus $\imath : W/V \to (W/U)/(V/U)$, sodass das folgende Diagramm kommutiert

$$\begin{tikzcd} W \arrow[r, "\pi_{W,U}"] \arrow[d, "\pi_{W,V}"'] & W/U \arrow[d, "\pi_{W/U,V/U}"] \\ W/V \arrow[r, "\imath"] & (W/U)/(V/U) \end{tikzcd},$$

wobei wir die Quotientenabbildungen mit den entsprechenden Vektorräumen indiziert haben.

Satz 11.24. Sei V ein endlich-dimensionaler K-Vektorraum, und $U \subseteq V$ ein Untervektorraum. Sei $f : V \to V$ ein Endomorphismus von V, der U invariant läßt, d.h. $f(U) \subseteq U$. Dann gibt es genau einen Endomorphismus $\tilde{f}$ von V/U mit $\pi \circ f = \tilde{f} \circ \pi$ ($\pi : V \to V/U$ ist die Quotientenabbildung), und es gilt

$$\begin{aligned} \det(f) &= \det(f|_U) \det(\tilde{f}) \\ \chi_f &= \chi_{f|_U} \, \chi_{\tilde{f}} \,. \end{aligned}$$